1.1. Die Kraft beschleunigt den Ball mit $a = \frac{F}{m} = \frac{100\text{N}}{0,020\text{kg}} = 5000 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ und erhöht die Geschwindigkeit von

$$v_0 = 0 \text{ auf } v_1 = 90 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ mit } a = \frac{v_1 - v_0}{t}, 5000 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \frac{25 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 0}{t} \text{ in der Zeit } t = 0,005\text{s} = \underline{\underline{5,00\text{ms}}}.$$

1.2. Der Ball wird zunächst gebremst und dann in die Gegenrichtung beschleunigt. Die gleiche Kraft erzielt nun eine negative Beschleunigung von $a = -5000 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, welche 8,00ms lang einwirkt.

Dadurch muss sich die Geschwindigkeit um $\Delta v = a \cdot t = -5000 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,008\text{s} = -40 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ändern.

Weil der Ball nur $v_0 = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ schnell war, wird er mit $v_1 = v_0 + \Delta v = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 40 \frac{\text{m}}{\text{s}} = -15 \frac{\text{m}}{\text{s}} = \underline{\underline{-54 \frac{\text{km}}{\text{h}}}}$ zurück geschleudert.

1.3. Trägheitsgesetz: Ohne Einwirkung einer Kraft (durch Schläger oder Luftwiderstand) behält der Ball seine Geschwindigkeit (Betrag und Richtung) bei.

Beschleunigungsgesetz: Um die Geschwindigkeit des Balls zu ändern, benötigt man eine Kraft, welche proportional zur Masse und zur Beschleunigung des Balls ist.

Wechselwirkungsgesetz: Wenn der Schläger eine Kraft auf den Ball ausübt, führt diese zur kurzzeitigen Verformung und Beschleunigung des Balls. Die Gegenkraft des Balls bremst dabei den Schläger und verformt die Bespannung des Schlägers.

2. Der Rückstoß entsteht dadurch, dass beim Schuss die Kraft auf die Kugel nach dem Wechselwirkungsgesetz eine Gegenkraft hervorruft, welche auf das Gewehr wirkt. Die Kraft und die Gegenkraft besitzen den gleichen Betrag, wirken aber in entgegengesetzte Richtungen.

$$\text{Auf die Kugel wirkt die Kraft } F_1 = m_1 \cdot a_1 = m_1 \cdot \frac{v_1 - v_0}{t} = 0,003\text{kg} \cdot \frac{600 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 0}{0,015\text{s}} = \underline{\underline{120\text{N}}}.$$

$$\text{Auf das Gewehr wirkt gleichzeitig die Gegenkraft } F_2 = m_2 \cdot a_2 = 4\text{kg} \cdot \frac{v_2 - 0}{0,015\text{s}} = -120\text{N}.$$

Die Geschwindigkeit des Gewehrs beträgt also $v_2 = \underline{\underline{-0,45 \frac{\text{m}}{\text{s}}}}$. { negativ, weil in Gegenrichtung }

{ Weil das Gewehr $4000\text{g} : 3\text{g} = 1333,3$ mal so schwer wie die Kugel ist, bekommt das Gewehr

$$\text{nur den entsprechenden Bruchteil der Geschwindigkeit der Kugel: } v_2 = -\frac{600 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1333,3} = \underline{\underline{-0,45 \frac{\text{m}}{\text{s}}}}.$$

3.1. Gewichtskraft $F_G = 2\text{kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 19,62\text{N}$, Hubarbeit $W_H = F_G \cdot s = 19,62\text{N} \cdot 1,75\text{m} \approx \underline{\underline{34,3\text{Nm}}}$

3.2. Hangabtriebskraft $F_H = 19,62\text{N} \cdot \sin(5^\circ) = 1,710\text{N} = F_B$, Beschleunigung $a = \frac{F_B}{m} = \frac{1,710\text{N}}{2\text{kg}} = \underline{\underline{0,855 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}}$

$$\text{z.B. Strecke } s = \frac{v_1^2 - v_0^2}{2 \cdot a}, 20\text{m} = \frac{v_1^2 - 0^2}{2 \cdot 0,855 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}, \text{ Endgeschwindigkeit } v_1 \approx \underline{\underline{5,85 \frac{\text{m}}{\text{s}}}}$$

$$\text{Arbeit } W_B = F_B \cdot s = 1,71\text{N} \cdot 20\text{m} = \underline{\underline{34,2\text{Nm}}} \text{ oder } W_B = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (v_1^2 - v_0^2) = \frac{1}{2} \cdot 2\text{kg} \cdot (5,85 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2 \approx \underline{\underline{34,2\text{Nm}}}$$

3.3. Normalkraft $F_N = 19,62\text{N} \cdot \cos(5^\circ) \approx 19,55\text{N}$, Reibungskraft $F_R = 0,01 \cdot 19,55\text{N} \approx 0,1955\text{N}$

$$\text{Beschleunigende Kraft } F_B = F_H - F_R = 1,710\text{N} - 0,1955\text{N} \approx 1,515\text{N}$$

$$\text{Beschleunigungsarbeit } W_B = F_B \cdot s = 1,515\text{N} \cdot 20\text{m} = \underline{\underline{30,3\text{Nm}}}$$

$$\text{Reibungsarbeit } W_R = F_R \cdot s = 0,1955\text{N} \cdot 20\text{m} = \underline{\underline{3,91\text{Nm}}}$$

{ Die Beschleunigungsarbeit von 3.2. verringert sich jetzt um die Reibungsarbeit. }

4.1. Beschleunigung $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{(100 : 3,6) \frac{\text{m}}{\text{s}}}{4,0\text{s}} = 6,94 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, Kraft $F = m \cdot a = 1200\text{kg} \cdot 6,94 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \approx 8333\text{N}$

$$\text{Gewichtskraft } F_G = m \cdot g = 1200\text{kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 11772\text{N}, \text{ Anteil } F : F_G = 8333\text{N} : 11772\text{N} \approx \underline{\underline{70,8\%}}$$

4.2. Beschleunigungsarbeit $W_B = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (v_1^2 - v_0^2) = \frac{1}{2} \cdot 1200\text{kg} \cdot (\frac{100}{3,6} \frac{\text{m}}{\text{s}})^2 \approx 462963\text{Nm} \approx \underline{\underline{463\text{kNm}}}$

$$\text{Leistung } P = W : t = 463\text{kNm} : 4,00\text{s} \approx \underline{\underline{116\text{kW}}} \quad \{ \text{entspricht } 115750\text{W} : 736\text{W} \approx 157\text{PS} \}$$

4.3. Die beschleunigende Kraft ist dann die Hangabtriebskraft $F_H = F \approx 8333\text{N}$.

$$\text{Aus } F_H = F_G \cdot \sin \alpha \text{ folgt } \alpha = \sin^{-1}(F_H : F_G) = \sin^{-1}(8333\text{N} : 11772\text{N}) \approx \underline{\underline{45,1^\circ}} .$$

5.1. $F_G = m \cdot g = 1500\text{kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 14715\text{N}$, $F_H = F_G \cdot \sin \alpha = 14715\text{N} \cdot \sin(10^\circ) \approx 2555\text{N}$

a) Die Antriebskraft beschleunigt den PKW.

$$a = \frac{F}{m} = \frac{3600\text{N}}{1500\text{kg}} = \underline{\underline{2,40 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}}$$

b) Abwärts kommt die Hangabtriebskraft hinzu.

$$a = \frac{F}{m} = \frac{3600\text{N} + 2555\text{N}}{1500\text{kg}} \approx \underline{\underline{4,10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}}$$

c) Aufwärts wirkt die Hangabtriebskraft der Antriebskraft entgegen.

$$a = \frac{F}{m} = \frac{3600\text{N} - 2555\text{N}}{1500\text{kg}} \approx \underline{\underline{0,697 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}}$$

5.2. Die Beschleunigung ist Null, wenn die Hangabtriebskraft und die Antriebskraft gleich groß sind.

$$\sin \alpha = \frac{F_H}{F_G} , \alpha = \sin^{-1}\left(\frac{3600\text{N}}{14715\text{N}}\right) \approx \underline{\underline{14,2^\circ}}$$

5.3. $F_N = F_G \cdot \cos \alpha = 14715\text{N} \cdot \cos(10^\circ) \approx 14491\text{N}$, $F_R = \mu \cdot F_N = 0,02 \cdot 14491\text{N} \approx 290\text{N}$

Die Reibungskraft verringert stets die beschleunigende Kraft und die Beschleunigung.

a) $a = \frac{3600\text{N} - 290\text{N}}{1500\text{kg}} \approx \underline{\underline{2,21 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}}$

b) $a = \frac{2555\text{N} + 3600\text{N} - 290\text{N}}{1500\text{kg}} = \underline{\underline{3,91 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}}$

c) $a = \frac{3600\text{N} - 2555\text{N} - 290\text{N}}{1500\text{kg}} \approx \underline{\underline{0,503 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}}$

6. Die Leistung $P = \frac{W}{t}$, $20\text{kW} = \frac{W}{30\text{s}}$ ergibt eine mech. Arbeit von $W = 600\text{kNm}$.

Die Hubarbeit $W_H = m \cdot g \cdot s$, $600\text{kNm} = 2,50\text{t} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot s$ ergibt die Strecke $s \approx \underline{\underline{24,5\text{m}}}$.

{ Die Einheiten passen, weil $W = \frac{\text{Nm}}{\text{s}}$, $\text{kW} = \frac{\text{kNm}}{\text{s}}$ und $\text{N} = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, $\text{kN} = \text{t} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ sind. }

7a) $W_B = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (v_1^2 - v_0^2) = \frac{1}{2} \cdot 1,40\text{t} \cdot \left[\left(\frac{130\text{m}}{3,6\text{s}} \right)^2 - \left(\frac{90\text{m}}{3,6\text{s}} \right)^2 \right] \approx \underline{\underline{475\text{kNm}}}$, $P = \frac{W}{t} = \frac{475\text{kNm}}{15\text{s}} \approx \underline{\underline{31,7\text{kW}}}$

7b) $W_H = m \cdot g \cdot h = 1,40\text{t} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 6\text{m} \approx \underline{\underline{82,4\text{kNm}}}$, $P = \frac{W}{t} = \frac{82,4\text{kNm}}{15\text{s}} \approx \underline{\underline{5,49\text{kW}}}$

7c) $W_H = 1,40\text{t} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 3\text{m} \approx 41,2\text{kNm}$, $W_B = \frac{1}{2} \cdot 1,40\text{t} \cdot \left[\left(\frac{40\text{m}}{3,6\text{s}} \right)^2 - 0^2 \right] \approx 86,4\text{kNm}$

$$W = W_H + W_B \approx \underline{\underline{127,6\text{kNm}}} , P = \frac{127,6\text{kNm}}{15\text{s}} \approx \underline{\underline{8,51\text{kW}}}$$

7d) Abwärts muss der Motor die Hubarbeit von 7c) nicht verrichten, sondern bekommt die zugehörige Energie geschenkt. { Die Hubarbeit wäre negativ. } Der Motor muss nur noch

$$W = W_B - W_H = 86,4\text{kNm} - 41,2\text{kNm} = \underline{\underline{45,2\text{kNm}}} \text{ und } P = \frac{45,2\text{kNm}}{15\text{s}} \approx \underline{\underline{3,01\text{kW}}} \text{ aufbringen.}$$

Oder oben: $E_{\text{pot},0} = m \cdot g \cdot h = 1,4\text{t} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 3\text{m} \approx 41,2\text{kJ}$, unten: $E_{\text{kin},1} = \frac{1}{2} \cdot 1,4\text{t} \cdot \left(\frac{40\text{m}}{3,6\text{s}} \right)^2 \approx 86,4\text{kJ}$

$$\text{Arbeit} = \text{Energieänderung: } W = \Delta E = E_{\text{kin},1} - E_{\text{pot},0} = 45,2\text{kNm}$$

Die potenzielle Energie des Fahrzeugs (41,2kJ) und die Energie des Motors (45,2kJ) werden in kinetische Energie des Fahrzeugs (86,4kJ) umgewandelt.

8.1. $E_{\text{pot},0} = 0,060\text{kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 2\text{m} \approx 1,177\text{J}$, $100\% - 30\% = 70\% = 0,7$

$$E_{\text{pot},1} = 1,177\text{J} \cdot 0,7 \approx 0,8240\text{J} = 0,060\text{kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot h_1 , h_1 \approx \underline{\underline{1,40\text{m}}}$$

$$E_{\text{pot},2} = 0,8240\text{J} \cdot 0,7 = 0,5768\text{J} = 0,060\text{kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot h_2 , h_2 \approx \underline{\underline{0,98\text{m}}}$$

{ Wegen $E_{\text{pot}} \sim h$ verliert der Ball auch jedes Mal 30% an Höhe: $h_1 = h_0 \cdot 0,7 = 1,40\text{m}$
 $h_2 = h_1 \cdot 0,7 = 0,98\text{m}$ }

8.2. Die Geschwindigkeiten ergeben sich aus der Umwandlung der potenziellen in kinetische Energie:

$$E_{\text{kin},1} = 1,177\text{J} = \frac{1}{2} \cdot 0,060\text{kg} \cdot v_1^2 , v_1 \approx \underline{\underline{6,26 \frac{\text{m}}{\text{s}}}} ; E_{\text{kin},2} = 0,8240\text{J} = \frac{1}{2} \cdot 0,060\text{kg} \cdot v_2^2 , v_2 \approx \underline{\underline{5,24 \frac{\text{m}}{\text{s}}}}$$

$$\{ \text{oder } E_{\text{pot},0} = E_{\text{kin},1} \rightarrow m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \mid \cdot 2 : m \rightarrow 2 \cdot g \cdot h = v^2 \rightarrow v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

$$\text{wie beim freien Fall: } v_1 = \sqrt{2 \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 2,00 \text{m}} \approx 6,26 \frac{\text{m}}{\text{s}}, v_2 = \sqrt{2 \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1,40 \text{m}} \approx 5,24 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

8.3. Die Höhe nimmt jeweils um 30%, d.h. mit dem Faktor 0,70 ab. Die Geschwindigkeit nimmt nur mit dem Faktor $\sqrt{0,70} \approx 0,837$ ab { bzw. $5,24 \frac{\text{m}}{\text{s}} : 6,26 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 0,837$ }, d.h. jeweils nur um 16,3%.

Beide Größen nehmen also exponentiell ab, die Geschwindigkeit aber weniger stark.

9.1. Der Waggon drückt die Federn zusammen, verrichtet also Verformungsarbeit.

Wenn die Federn den Waggon rückwärts stoßen, verrichten diese Beschleunigungsarbeit.

{ Wenn die Federn den Waggon bremsen, könnte man dies auch Bremsarbeit nennen. Diese wäre allerdings negativ, weil die Federn dabei keine Energie abgeben, sondern aufnehmen. }

9.2. Die kinetische Energie des Waggons wird in Spannenergie der Federn umgewandelt,

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 9000 \text{kg} \cdot \left(\frac{3}{3,6} \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 = \underline{\underline{3125 \text{J}}}$$

9.3. Der Waggon rollt mit 40% der kinetischen Energie zurück:

$$E_{\text{kin}} = 0,4 \cdot 3125 \text{J} = \underline{\underline{1250 \text{J}}} = \frac{1}{2} \cdot 9000 \text{kg} \cdot v^2, v = \underline{\underline{0,527 \frac{\text{m}}{\text{s}}}} \approx \underline{\underline{1,90 \frac{\text{km}}{\text{h}}}}$$

10.1.

$$F = m \cdot a = m \cdot \frac{\Delta v}{\Delta t}, F_1 = 0,2 \text{kg} \cdot \frac{1,8 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 0}{0,2 \text{s}} = \underline{\underline{1,8 \text{N}}}, F_2 = -F_1 = \underline{\underline{-1,8 \text{N}}}$$

Dass beide Wagen beschleunigt werden, ist die Folge des Wechselwirkungsgesetzes. Somit sind die beschleunigenden Kräfte gleich groß, wirken aber in entgegengesetzte Richtungen.

$$F_2 = -1,8 \text{N} = 0,6 \text{kg} \cdot \frac{v_2 - 0}{0,2 \text{s}}, v_2 = \underline{\underline{-0,6 \frac{\text{m}}{\text{s}}}} \quad \{ \text{Der dreimal so schwere Wagen erreicht nur ein Drittel der Geschwindigkeit des leichteren Wagens.} \}$$

10.2. Die Spannenergie der Feder wird {hauptsächlich} in kinetische Energie der Wagen umgewandelt.

$$E_{\text{kin},1} = \frac{1}{2} \cdot 0,2 \text{kg} \cdot \left(1,8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 = \underline{\underline{0,324 \text{J}}}, E_{\text{kin},2} = \frac{1}{2} \cdot 0,6 \text{kg} \cdot \left(0,6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 = \underline{\underline{0,108 \text{J}}},$$

$$E_{\text{Spann}} = E_{\text{kin},1} + E_{\text{kin},2} = \underline{\underline{0,432 \text{J}}}$$

Die Energie teilt sich im Verhältnis 3:1 zugunsten des leichteren (!) Wagens auf.

{ Der leichtere Wagen bekommt 75%, der schwerere Wagen 25% der Spannenergie der Feder. }

Die Beschleunigungsarbeit der Feder entspricht der übertragenen kinetischen Energie, d.h.

$$W = \underline{\underline{0,432 \text{Nm}}}. \text{ Die Leistung beträgt } P = \frac{W}{t} = \frac{0,432 \text{Nm}}{0,2 \text{s}} = \underline{\underline{2,16 \text{W}}}$$

11. oben: $E_{\text{pot},0} = 0,2 \text{kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1,5 \text{m} = 2,943 \text{J}$, $E_{\text{kin},0} = 0$, $E_{\text{rot},0} = 0$, also $E_{\text{ges}} = \underline{\underline{2,943 \text{J}}}$

$$\text{unten: } E_{\text{pot},1} = 0, E_{\text{kin},1} = \frac{1}{2} \cdot 0,2 \text{kg} \cdot \left(4,5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 = 2,025 \text{J}, E_{\text{rot},1} = E_{\text{ges}} - E_{\text{pot},1} - E_{\text{kin},1} = \underline{\underline{0,918 \text{J}}}$$

Der Anteil beträgt $0,918 \text{J} : 2,943 \text{J} \approx \underline{\underline{31,2\%}}$ und ist unabhängig von der Masse, weil alle Energien proportional zur Masse sind und so das Verhältnis der Energien untereinander gleich bleibt.

12.1. $E_{\text{kin},1} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 8 \text{kg} \cdot \left(3 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 = 36,0 \text{J}$, $E_{\text{kin},1} : E_{\text{rot},1} = 5 : 2$ bedeutet $E_{\text{rot},1} = \frac{2}{5} \cdot 36,0 \text{J} = 14,4 \text{J}$,

$$E_{\text{kin},1} + E_{\text{rot},1} = \underline{\underline{50,4 \text{J}}} \quad \{ \text{oder } E_{\text{kin}} + \frac{2}{5} \cdot E_{\text{kin}} = \frac{7}{5} \cdot E_{\text{kin}} = \frac{7}{5} \cdot 36,0 \text{J} = 50,4 \text{J} \}$$

12.2. Rollt die Kugel auf die Ablage hinauf, wandelt sich ein Teil der kinetischen Energie und Rotationsenergie in potenzielle Energie um. Den Rest an kinetischer Energie und Rotationsenergie gibt die Kugel beim Stoß an die ruhenden Kugeln ab bzw. wandelt diese in thermische Energie um.

12.3. Ein Teil der Bewegungsenergie $E_{\text{kin},1} + E_{\text{rot},1} = 50,4 \text{J}$ wird in potenzielle Energie umgewandelt:

$$E_{\text{pot},2} = m \cdot g \cdot h = 8 \text{kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,4 \text{m} \approx 31,4 \text{J}$$

Für $E_{\text{kin},2} + E_{\text{rot},2}$ sind dann noch $50,4 \text{J} - 31,4 \text{J} = \underline{\underline{19,0 \text{J}}}$ übrig, die sich wieder im Verhältnis

$$E_{\text{kin},2} : E_{\text{rot},2} = 5 : 2 \text{ aufteilen, d.h. } E_{\text{kin},2} = \frac{5}{7} \cdot 19 \text{J} \approx \underline{\underline{13,57 \text{J}}} \text{ und } E_{\text{rot},2} = \frac{2}{7} \cdot 19 \text{J} \approx \underline{\underline{5,43 \text{J}}}$$

Weil die Kugel auf der Ablage ihre potentielle Energie behält, gibt sie beide Bewegungsenergien, d.h. $E_{\text{kin},2} + E_{\text{rot},2} = \underline{\underline{19,0 \text{J}}}$ (an die anderen Kugeln oder die Luft) ab.